* **Regeln und Antiregeln der Algebra** *

Der Kürze wegen sind im Folgenden einschränkende Bedingungen weggelassen:
* Kein Nenner darf gleich Null sein. * Kein Radikand (Wurzelinhalt) darf negativ sein.
* Eine Antiregel ($\neq$) gilt nur im Allgemeinen. Es kann Spezialfälle geben, wo die Gleichheit gilt:
  Im Allgemeinen ist $\sqrt{3+a} \neq \sqrt{3} + \sqrt{a}$; für den Spezialfall a = 0 gilt aber die Gleichheit.

$a + b = b + a$ $a + b - 2a = a - 2a + b$ $(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$

$a \cdot b = b \cdot a$ $(a - b) \cdot (c - d) = (c - d) \cdot (a - b)$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = a \cdot b \cdot c$

$a \cdot (b + c) = ab + ac$ $-(b + c) = -b - c$ $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

$(a + b) \cdot c = ac + bc$ Ausklammern: $3x^3 + 2x^2 = x^2 \cdot (3x + 2)$

$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ $\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ $5 = \sqrt{9 + 16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$

$\frac{a + b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$

$\frac{a}{b + c} \neq \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$ $\frac{a + b}{c + d} \neq \frac{a}{c} + \frac{b}{d}$ $\frac{a + b}{c + d} = \frac{a}{c + d} + \frac{b}{c + d}$

$\frac{a}{a + b} \neq a : a + b$ $\frac{a}{a + b} = a : (a + b)$

Binomische Formeln:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$\frac{a}{c} - \frac{b + d}{c} \neq \frac{a - b + d}{c}$ $\frac{a}{c} - \frac{b + d}{c} = \frac{a - (b + d)}{c}$

$a^b \cdot a^c = a^{b+c}$ $a^b + a^c \neq a^{b+c}$ $x^3 + x^2 \neq x^5$

$\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$

$a^c \cdot b^c = (a \cdot b)^c$ $(2a)^3 \neq 2a^3$ $(2a)^3 = 2^3 \cdot a^3 = 8a^3$

$\frac{a^c}{b^c} = \left(\frac{a}{b}\right)^c$

$(a^b)^c = a^{b \cdot c}$

$(a + b)^3 \neq a^3 + b^3$ $(a + b)^3 = (a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b} = \frac{a}{-b}$ $\frac{-c + d}{e} = \frac{-(c - d)}{e} = -\frac{c - d}{e} = \frac{c - d}{-e}$

$\sqrt{a^b} = \sqrt{a}^b = a^{\frac{b}{2}}$ $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ $\sqrt{\frac{c}{d}} = c^{\frac{1}{2}} \cdot d^{-\frac{1}{2}}$

$\sqrt[3]{a^b} = \sqrt[3]{a}^b = a^{\frac{b}{3}}$ $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$

$\sqrt[c]{a^b} = \sqrt[c]{a}^b = a^{\frac{b}{c}}$ $\qquad \sqrt[c]{x} = x^{\frac{1}{c}}$ $\qquad \frac{1}{\sqrt[c]{x}} = x^{-\frac{1}{c}}$

$a^{-1} = \frac{1}{a}$ $\qquad a^{-1} \neq -a$

$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ $\qquad a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$

Brüche können nur addiert werden, wenn sie den gleichen Nenner haben.
Ein gleicher Nenner von a und b ist immer $a \cdot b$, aber $a \cdot b$ ist meistens zu groß, um die Rechnung einfach zu halten.

1. Nenner	2. Nenner	Hauptnenner	(=kleinster gemeinsamer Nenner)
$a+b$	$a-b$	$(a+b)\cdot(a-b)$	$\frac{3}{a+b} - \frac{2}{a-b} = \frac{3\cdot(a-b) - 2\cdot(a+b)}{(a+b)\cdot(a-b)} = ?$
$(a+b)^2$	a^2-b^2	$(a+b)\cdot(a+b)\cdot(a-b)$	$\frac{a}{(a+b)^2} + \frac{a}{a^2-b^2} = ?$
a^2+ab	a	$(a+b)\cdot a$	$\frac{5}{a^2+ab} - \frac{3}{a} = ?$
a^2+ab	b	$(a^2+ab)\cdot b$	$\frac{c}{a^2+ab} + \frac{c}{b} = ?$
a^2+ab	a^2	$a\cdot(a+b)\cdot a$	$\frac{-4}{a^2+ab} - \frac{5}{a^2} = ?$
d	$d+1$	$d\cdot(d+1)$	$\frac{1}{d} + \frac{1}{d+1} = ?$

$\log(a) = \log_{10}(a)$ $\qquad \ln(a) = \log_e(a)$ $\qquad \mathrm{ld}(a) = \log_2(a)$

$\log(10\,000) = 4$ $\qquad e \approx 2{,}71828$ $\qquad \mathrm{ld}(16) = 4$

Stellenzahl - 1 natürlicher Logarithmus (d wie dualis) Informationstheorie

$2^3 = 8 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt[3]{8} = 2 \quad \Leftrightarrow \quad \log_2(8) = 3$ $\qquad \Leftrightarrow$ lies: ist gleichbedeutend mit

$a^b = c \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt[b]{c} = a \quad \Leftrightarrow \quad \log_a(c) = b$

Die Wurzel fragt nach der Basis, der Logarithmus fragt nach dem Exponenten.
Mit Wurzel löst man Potenzgleichungen, mit Logarithmus Exponentialgleichungen.

$\log_c(a \cdot b) = \log_c(a) + \log_c(b)$ Mal -> Plus,

$\log_c\left(\frac{a}{b}\right) = \log_c(a) - \log_c(b)$ Geteilt -> Minus

$\log_c(a^b) = b \cdot \log_c(a)$ Hoch -> Mal

$\log_c(a+b) \neq \log_c(a) + \log_c(b)$